



# Probeklausur zur Mathematik 1

Schreiben Sie mit einem **weichen Bleistift** und nehmen Sie ggfs Korrekturen mit einem **Radiergummi** vor. Lösen Sie die Multiple-Choice-Aufgaben durch **Schwärzen** der Kästchen (bitte keine Kreuze). Bei **Freitextaufgaben** schreiben Sie direkt in die vorgegebenen Rahmen, markieren Sie keine Kästchen direkt unter den Rahmen!

Multiple-Choice-Aufgaben, die mit dem Zeichen ♣ gekennzeichnet sind, können mehrere korrekte Antworten haben. Andere Aufgaben haben genau eine korrekte Antwort. Falsche Antworten ergeben Minuspunkte, jede Aufgabe wird mit mindestens Null Punkten abgeschlossen.

Bei vielen Multiple-Choice-Aufgaben sind vorher Rechnungen erforderlich. Führen Sie diese nicht auf der Klausur sondern auf einem **Extrablatt** durch, das Sie **nicht mit abgeben**.

**Taschenrechner** sind zugelassen, ansonsten **keine Hilfsmittel**. Sie haben **60 Minuten** Zeit zur Bearbeitung. Viel Erfolg!

Name, Vorname, Matrikelnr.  
.....

|                          |   |                          |   |                          |   |                          |   |                          |   |
|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | 0 |
| <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 1 |
| <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 2 |
| <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 3 |
| <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 4 |
| <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 5 |
| <input type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 6 |
| <input type="checkbox"/> | 7 | <input type="checkbox"/> | 7 | <input type="checkbox"/> | 7 | <input type="checkbox"/> | 7 | <input type="checkbox"/> | 7 |
| <input type="checkbox"/> | 8 | <input type="checkbox"/> | 8 | <input type="checkbox"/> | 8 | <input type="checkbox"/> | 8 | <input type="checkbox"/> | 8 |
| <input type="checkbox"/> | 9 | <input type="checkbox"/> | 9 | <input type="checkbox"/> | 9 | <input type="checkbox"/> | 9 | <input type="checkbox"/> | 9 |

**Aufgabe 1 ♣** Stellen Sie den Wahrheitsverlauf der folgenden zusammengesetzten Aussagen in einer Wahrheitstabelle dar (Extrablatt). Füllen Sie anschließend die Wahrheitstabelle aus, geben Sie nur die *wahren* Aussagen an.

| A | B | $\neg(A \wedge \neg B)$  | $(A \wedge B) \vee ((\neg A) \vee B)$ |
|---|---|--------------------------|---------------------------------------|
| w | w | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>              |
| w | f | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>              |
| f | w | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>              |
| f | f | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>              |

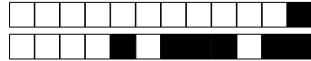
**Aufgabe 2 ♣** Seien  $A = [5; 10]$ ,  $B = (7; 15)$ ,  $C = (3; 7)$ ,  $D = (2; 5]$ . Welche Antworten sind richtig?

- |  |   |   |
|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> $A \cup B = (5; 15]$              | <input type="checkbox"/> $B \setminus A = (7; 10]$  | <input type="checkbox"/> $(A \cup C) \setminus B = \emptyset$ |
| <input type="checkbox"/> $(A \cup C) \setminus B = (3, 7]$ | <input type="checkbox"/> $B \setminus A = (10; 15)$ | <input type="checkbox"/> $(C \cap D) \setminus A = (3, 5)$    |
| <input type="checkbox"/> $(C \cap D) \setminus A = (2, 6]$ | <input type="checkbox"/> $A \setminus B = [6; 8]$   | <input type="checkbox"/> $A \setminus B = [5; 7]$             |
| <input type="checkbox"/> $A \cap B = (7; 10)$              | <input type="checkbox"/> $A \cup B = [5; 15]$       | <input type="checkbox"/> $A \cap B = (7; 10]$                 |

### Aufgabe 3

|   |   |
|---|---|
| <p>Geben Sie folgende Mengen (Potenzmenge, kart. Produkt) und Mächtigkeiten explizit an.</p> <p><math>\mathcal{P}(\{1, 2\}) =</math></p> <p><math>\{0, 1\} \times \{x, y\} =</math></p> <p><math> \mathcal{P}(\{A, l, g, o, r, i, t, h, m, u, s\})  =</math></p> <p><math> \{1, 2, 3\} \times \{e, i, s\}  =</math></p> | <p>Stellen Sie die Relation <math>R = \{(x, y) \in A \times A : x &lt; y\}</math> für <math>A = \{1, 2, 3, 5\}</math> grafisch dar (Pfeildiagramm).</p> |
|---|---|

- |                          |   |                          |   |                          |   |                          |   |                          |   |                          |   |                          |   |                          |   |                          |   |
|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 7 | <input type="checkbox"/> | 8 |
|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|

**Aufgabe 4**

Berechnen Sie die Potenz durch Anwendung des binomischen Lehrsatzes.

$$(a + 2)^5 =$$

Berechnen Sie den Wert des Binomialkoeffizienten.

$$\binom{90}{86} =$$

Führen Sie die Polynomdivision durch.

$$(4x^3 + 3x^2 + 2x - 15) : (4x - 5) =$$

- 0     1     2     3     4     5     6     7     8

**Aufgabe 5 ♣** Berechnen Sie  $z + w$ ,  $z \cdot w$ ,  $\frac{z}{w}$  und  $|z|$ ,  $|w|$  für  $z = 4 - 5i$  und  $w = 4 + 5i$ . Welche Antworten sind richtig?

- |  |  |   |  |
|--|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> $ z  = 41$                      | <input type="checkbox"/> $\frac{z}{w} = -\frac{9+40i}{41}$ | <input type="checkbox"/> $z \cdot w = -9 + 40i$ | <input type="checkbox"/> $z + w = 8 + i$   |
| <input type="checkbox"/> $\frac{z}{w} = \frac{9+40i}{9}$ | <input type="checkbox"/> $z \cdot w = 41$                  | <input type="checkbox"/> $ w  = 41$             | <input type="checkbox"/> $ w  = \sqrt{41}$ |
| <input type="checkbox"/> $z + w = 8$                     | <input type="checkbox"/> $ z  = \sqrt{41}$                 | <input type="checkbox"/> $z \cdot w = -9$       | <input type="checkbox"/> $z + w = 10i$     |

**Aufgabe 6**Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form  $a + ib$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$  dar.

$$\frac{2 - 3i}{4 + 5i} =$$

$$\left(\cos\left(\frac{\pi}{18}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{18}\right)\right)^9 =$$

$$e^{\frac{5\pi}{3-i}} =$$

- 0     1     2     3     4     5     6     7     8

**Aufgabe 7 ♣** Berechnen Sie die Produkte in der Restklasse  $\mathbb{Z}_8$ . Welche Antworten sind richtig?

- |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> $4^3 = 4$       | <input type="checkbox"/> $4! = 4$        | <input type="checkbox"/> $11 \cdot 25 = 5$ | <input type="checkbox"/> $20 \cdot 30 = 0$ | <input type="checkbox"/> $5^3 = 0$       |
| <input type="checkbox"/> $2^3 = 2$       | <input type="checkbox"/> $4^3 = 0$       | <input type="checkbox"/> $2 \cdot 3 = 6$   | <input type="checkbox"/> $20^{30} = 5$     | <input type="checkbox"/> $2^3 = 0$       |
| <input type="checkbox"/> $4! = 0$        | <input type="checkbox"/> $5^3 = 1$       | <input type="checkbox"/> $2 \cdot 2 = 4$   | <input type="checkbox"/> $11^{25} = 1$     | <input type="checkbox"/> $2 \cdot 3 = 2$ |
| <input type="checkbox"/> $11^{25} = 3$   | <input type="checkbox"/> $3 \cdot 4 = 3$ | <input type="checkbox"/> $11 \cdot 25 = 3$ | <input type="checkbox"/> $3 \cdot 4 = 4$   | <input type="checkbox"/> $5 \cdot 3 = 2$ |
| <input type="checkbox"/> $5 \cdot 3 = 7$ | <input type="checkbox"/> $5^3 = 5$       | <input type="checkbox"/> $20 \cdot 30 = 4$ | <input type="checkbox"/> $20^{30} = 0$     | <input type="checkbox"/> $2 \cdot 2 = 6$ |



**Aufgabe 8** Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge  $(\frac{n+1}{n})^4$  für  $n \rightarrow \infty$ . Der Grenzwert ist

- $\infty$      0      $e$      1

**Aufgabe 9** Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge  $\frac{4n^2+3n+2}{6n^2+5n+3}$  für  $n \rightarrow \infty$ . Der Grenzwert ist

- $\frac{2}{3}$      1     0      $\infty$

**Aufgabe 10** Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge  $(\frac{1}{3} - \frac{1}{4})^n$  für  $n \rightarrow \infty$ . Der Grenzwert ist

- 0      $\frac{1}{3}$      1      $\infty$

**Aufgabe 11** Geben Sie den Grenzwert der Folge  $\frac{n^3-2}{n^2} - n + 1$  für  $n \rightarrow \infty$  an.

- 1     -2     0      $\infty$

**Aufgabe 12**

Berechnen Sie:

$$\sum_{k=1}^4 (2k - 5)^2 =$$

Geben Sie die Formel für die geometrische Reihe an.

$$\sum_{k=0}^n q^k =$$

Berechnen Sie den Summenwert mit Hilfe der Formel für die arithmetische Reihe.

$$\sum_{k=1}^{80} (2k + 1) =$$

- 0     1     2     3     4     5     6     7     8

**Aufgabe 13**

Berechnen Sie die beiden komplexen Lösungen der Gleichung  $x^2 - 6x + 25 = 0$ .

Gegeben sei die quadratische Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 5x^2 - 30x + 25$ . Bestimmen Sie die Scheitelpunktsform und den Scheitelpunkt.

- 0     1     2     3     4     5     6     7     8

**Aufgabe 14 ♣** Es sei  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^5$ . Welche Antworten sind richtig?  $f$  ist

- injektiv     nicht injektiv     bijektiv     surjektiv

**Aufgabe 15**

Differenzieren Sie.

$$\left(\sqrt[3]{x^4}\right)' =$$

$$\left(4e^{\cos(x)-\sin(x)}\right)' =$$

$$\left(\frac{\cos(x)}{x^2}\right)' =$$

$$\left(\sqrt{x^2 + \sqrt{x}}\right)' =$$

- 0     1     2     3     4     5     6     7     8

Integrieren Sie die Funktionen in den folgenden Aufgaben. Markieren Sie anschließend die richtige Lösung.

**Aufgabe 16** Es ist  $\int(4x^5 - 6x^3 + 8x^2 - 3x + 5) dx =$

- $x^6 - x^4 + x^2 + 5x + C$       $\frac{2}{3}x^6 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{8}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 5x + C$

**Aufgabe 17** Es ist  $\int(3 \sin(x) - 4 \cos(x)) dx =$

- $3 \cos(x) + 4 \sin(x) + C$       $-3 \cos(x) - 4 \sin(x) + C$

**Aufgabe 18** Es ist  $\int x \ln(x) dx =$

- $\frac{x^2}{2}(\ln(x) - \frac{1}{4}) + C$       $\frac{x^2}{2}(\ln(x) + \frac{1}{2}) + C$       $\frac{x^2}{2}(\ln(x) - \frac{1}{2}) + C$

**Aufgabe 19** Es ist  $\int \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} dx =$

- $\frac{2}{3}\sqrt{(1+x^3)^2} + C$       $\frac{2}{3}\sqrt{1+x^3} + C$       $\frac{2}{3\sqrt{1+x^3}} + C$

**Aufgabe 20** Es ist  $\int \frac{(\ln(x))^3}{x} dx =$

- $\ln((\ln(x))^3) + C$       $\arctan((\ln(x))^3) + C$       $\frac{1}{4}(\ln(x))^4 + C$

**Aufgabe 21** Es ist  $\int_1^e \frac{1-x^2}{x} dx =$

- $\frac{1-e^2}{3}$       $\frac{1+e^2}{5}$       $\frac{3-e^2}{2}$       $\frac{1+e^2}{3}$       $\frac{2-e^2}{4}$       $\frac{3+e^2}{2}$

**Aufgabe 22** Welchen Flächeninhalt schließt die Parabel  $-\frac{1}{4}x^2 + 4$  mit der  $x$ -Achse zwischen beiden Nullstellen ein?

- $26\frac{1}{5}$       $22\frac{2}{3}$       $23\frac{1}{4}$       $24\frac{1}{4}$       $21\frac{1}{3}$       $25\frac{1}{5}$