

# KL AU S U R - Vorbereitung: Gleichungen

1.) Die Differenz aus dem Vierfachen einer Zahl und 4 ist gleich der Summe dieser Zahl und 14. Wie heißt diese Zahl?

2.) Folgenden Gleichungen sind zu lösen.

a)  $31 - 7x = 41 - 8x$

b)  $6x - (24 - 3x) = x - (2x - 6)$

c)  $(a-1)x = b-x, a \neq 0$

d)  $(2x+7)(x+3) = 2(x+5)(x+2)$

3.) Die Differenz aus dem Doppelten einer positiven Zahl und ihrem Quadrat ist gleich dieser Zahl vermindert um zwei. Wie heißt diese Zahl?

4.) Lösen Sie folg. Gleichungen mittels quadratischer Ergänzung.

a)  $x^2 + 2x = 0$

b)  $x^2 + 2x = 8$

c)  $2x^2 = 8x - 8$

d)  $4x^2 - 24x = 28$

5.) Geben Sie die Lösungsmenge folg. Gleichungen mit Hilfe der p,q-Formel an.

a)  $x^2 - 6x + 8 = 0$

b)  $x^2 + 4x + 2 = 0$

c)  $x^2 + 4x + 5 = 0$

d)  $x^2 - 2x + 2 = 0$

6.) Geben Sie die Definitionsbereiche und Lösungen der folg. Gleichungen an.

a)  $\frac{8x+7}{9x^2-4} = \frac{16}{15x-10}$

b)  $\frac{x}{x-2} - \frac{x-2}{3x-6} = \frac{1}{6}$

# Lösung

$$\begin{aligned} 1.) \quad 4x - 4 &= x + 14 && | -x \\ \Leftrightarrow 3x - 4 &= 14 && | +4 \\ \Leftrightarrow 3x &= 18 && | :3 \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 6}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.) \quad a) \quad 31 - 7x &= 41 - 8x && | +8x \\ \Leftrightarrow 31 + x &= 41 && | -31 \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 10}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad 6x - (24 - 3x) &= x - (2x - 6) \\ \Leftrightarrow 9x - 24 &= -x + 6 && | +x \\ \Leftrightarrow 10x - 24 &= 6 && | +24 \\ \Leftrightarrow 10x &= 30 \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) \quad (a-1)x &= b-x && | +x \\ \Leftrightarrow ax &= b && | :a \quad (a \neq 0) \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{b}{a}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) \quad (2x+7)(x+3) &= 2(x+5)(x+2) \\ \Leftrightarrow \cancel{2x^2} + 6x + 7x + 21 &= \cancel{2x^2} + 4x + 10x + 20 \\ \Leftrightarrow 13x + 21 &= 14x + 20 && | -13x \\ \Leftrightarrow 21 &= x + 20 && | -20 \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}} \end{aligned}$$

$$3.) \quad 2x - x^2 = x - 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{1}{2} = \pm \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}} \vee x = -1$$

Die gesuchte positive Zahl lautet 2.

$$4.) \quad a) \quad x^2 + 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 1$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow x+1 = \pm 1$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -2$$

$$L = \{0, -2\}$$

$$b) \quad x^2 + 2x = 8$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 9$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow x+1 = \pm 3$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -4$$

$$L = \{2, -4\}$$

$$c) 2x^2 = 8x - 8$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 4x - 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x = -4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

$$L = \{2\}$$

$$d) 4x^2 - 24x = 28$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x = 7$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 16$$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow x-3 = \pm 4$$

$$\Leftrightarrow x = 7 \vee x = -1$$

$$L = \{7, -1\}$$

$$5.) a) x^2 - 6x + 8 = 0, p = -6, q = 8$$

$$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 8} = 3 \pm \sqrt{1} = 3 \pm 1$$

$$L = \{4, 2\}$$

$$b) x^2 + 4x + 2 = 0, p = 4, q = 2$$

$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{2^2 - 2} = -2 \pm \sqrt{2}$$

$$L = \{-2 + \sqrt{2}, -2 - \sqrt{2}\}$$

$$c) x^2 + 4x + 5 = 0, p = 4, q = 5$$

$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{2^2 - 5} = -2 \pm i$$

$$L = \{-2 + i, -2 - i\} \quad \underbrace{= -1 < 0}_{\text{(negative Diskriminante)}}$$

$$d) x^2 - 2x + 2 = 0, p = -2, q = 2$$

$$x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{\underbrace{1-2}_{=-1 < 0}} = 1 \pm i$$

$$L = \{1+i, 1-i\}$$

$$6.) a) 9x^2 - 4 = (3x-2)(3x+2) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{2}{3}$$
$$15x - 10 = 0 \Leftrightarrow 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{2}{3} \right\}$$

$$\frac{8x+7}{9x^2-4} = \frac{16}{15x-10}$$

$$\Leftrightarrow \frac{8x+7}{(3x-2)(3x+2)} = \frac{16}{5(3x-2)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{8x+7}{3x+2} = \frac{16}{5} \quad \text{da } 3x-2 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow 5 \cdot (8x+7) = 16(3x+2)$$

$$\Leftrightarrow 40x + 35 = 48x + 32$$

$$\Leftrightarrow 3 = 8x$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{3}{8}}}$$

$$b) x-2=0 \Leftrightarrow x=2$$

$$3x-6=0 \Leftrightarrow x=2$$

$$\Rightarrow \mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

$$\frac{x}{x-2} - \frac{x-2}{3x-6} = \frac{1}{6}$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{1}{3}(x-2) = \frac{1}{6}(x-2) \quad \text{da } x-2 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow 6x - 2x + 4 = x - 2$$

$$\Leftrightarrow 4x + 4 = x - 2$$

$$\Leftrightarrow 3x = -6$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = -2}}$$