

KLAUSUR-Vorbereitung: Aussagenlogik

1.) Geben Sie jeweils die Wahrheitstabelle an für die

- a) Konjunktion \wedge , b) Disjunktion \vee ,
c) Äquivalenz \Leftrightarrow , d) Implikation \Rightarrow .

2.) Es seien A, B zwei Aussagen. Stellen Sie den Wahrheitsverlauf der folgenden zusammengesetzten Aussagen in einer Wahrheitstabelle dar.

- a) $\neg(A \Rightarrow B)$ b) $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$
c) $(A \wedge B) \vee (\neg A \vee B)$ d) $\neg(A \wedge \neg B)$

3.) Zeigen Sie mittels einer Wahrheitstabelle, dass die Aussage $(A \wedge B) \Rightarrow B$ stets wahr ist.

4.) Beweisen Sie mittels Wahrheitstabellen die Gültigkeit der aussagelogischen Gesetze.

- a) $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$
b) $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$
c) $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$

5.) Negieren Sie die Aussagen mit Hilfe von Quantoren.

- a) $\exists x : x > 0$ b) $\forall x \exists y : x + y = 1$
c) $\forall \varepsilon > 0 \exists n_0 : \forall n \geq n_0 : 1/n < \varepsilon$

Lösung:

1.) a) Konjunktion:

A	B	$A \wedge B$
w	w	w
w	f	f
f	w	f
f	f	f

b) Disjunktion:

A	B	$A \vee B$
w	w	w
w	f	w
f	w	w
f	f	f

c) Äquivalenz:

A	B	$A \Leftrightarrow B$
w	w	w
w	f	f
f	w	f
f	f	w

d) Implikation:

A	B	$A \Rightarrow B$
w	w	w
w	f	f
f	w	w
f	f	w

2.)

a)

A	B	$A \Rightarrow B$	$\neg(A \Rightarrow B)$
w	w	w	f
w	f	f	w
f	w	w	f
f	f	w	f

b)

A	B	$A \Rightarrow B$	$B \Rightarrow A$	$(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$
w	w	w	w	w
w	f	f	w	f
f	w	w	f	f
f	f	w	w	w

c)

A	B	$A \wedge B$	$\neg A \vee B$	$(A \wedge B) \vee (\neg A \vee B)$
w	w	w	w	w
w	f	f	w	w
f	w	f	w	w
f	f	f	w	w

d)

A	B	$\neg B$	$A \wedge \neg B$	$\neg(A \wedge \neg B)$
w	w	f	f	w
w	f	w	w	f
f	w	f	f	w
f	f	w	f	w

3.)

A	B	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \Rightarrow B$
w	w	w	w
w	f	f	w
f	w	f	w
f	f	f	w

Wahrheitsverlauf
ist immer wahr

f)

e)

A	B	$A \wedge B$	$\neg(A \wedge B)$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee \neg B$
w	w	w	f	f	f	f
w	f	f	w	f	w	w
f	w	f	w	w	f	w
f	f	f	w	w	w	w

beide Wahrheitsverläufe
stimmen überein, d.h.

$$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$$

b)

A	B	$A \vee B$	$\neg(A \vee B)$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \wedge \neg B$
w	w	w	f	f	f	f
w	f	w	f	f	w	f
f	w	w	f	w	f	f
f	f	f	w	w	w	w

beide Wahrheitsverläufe
stimmen überein, d.h.

$$\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$$

c)

A	B	$A \Rightarrow B$	$\neg B$	$\neg A$	$\neg B \Rightarrow \neg A$
w	w	w	f	f	w
w	f	f	w	f	f
f	w	w	f	w	w
f	f	w	w	w	w

stimmen überein

5)

a) $\forall x: x \leq 0$

b) $\exists x \forall y: x + y \neq 1$

c) $\exists \varepsilon > 0 \forall n_0: \exists n \geq n_0: 1/n \geq \varepsilon$